caderno de
revisão
PROFESSOR

FÍSICA
conecte

Editora Saraiva

Sumário

Sezayi Erken/AFP

Leis de Kepler / Gravitação universal

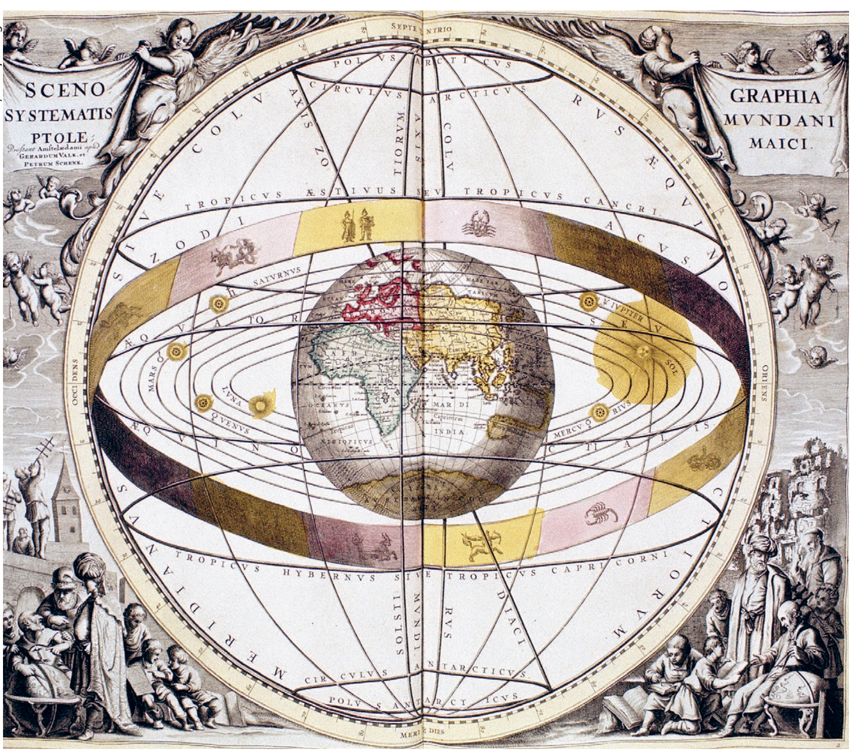
1. Modelos astronômicos

Modelo geocêntrico

Na Antiguidade, muito se discutia a respeito dos modelos astronômicos. Apesar de alguns filósofos, como Aristarco de Samos (c. 310-230 a.C.), optarem pelo modelo heliocêntrico, o modelo geocêntrico de Ptolomeu (c. 83-161) prevaleceu por muito tempo.

> No modelo geocêntrico, a Terra é o centro do Universo e os astros estão distribuídos em órbitas ao redor dela.

Thinkstock/Getty Images



Representação artística do modelo geocêntrico, defendido por Ptolomeu.

Modelo heliocêntrico

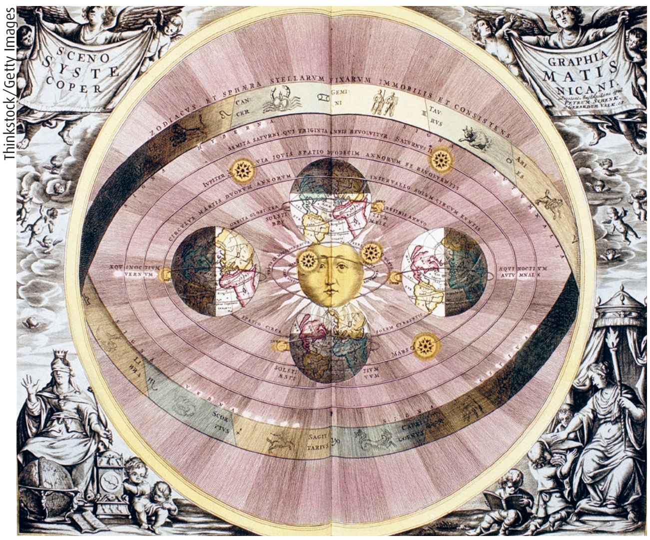
Até o fim da Idade Média, predominou o modelo geocêntrico.

No século XVI, importantes estudiosos, como Tycho Brahe (1546-1601), adotaram o modelo geocêntrico, mas coube ao astrônomo polonês Nicolau Copérnico (1473-1543) retomar a ideia do modelo heliocêntrico de Aristarco.

No modelo heliocêntrico de Copérnico, o Sol é o centro do Universo e os astros estão distribuídos em órbitas circulares ao seu redor.

Hoje, a ciência adota o sistema heliocêntrico, mas com algumas modificações.

Thinkstock/Getty Images



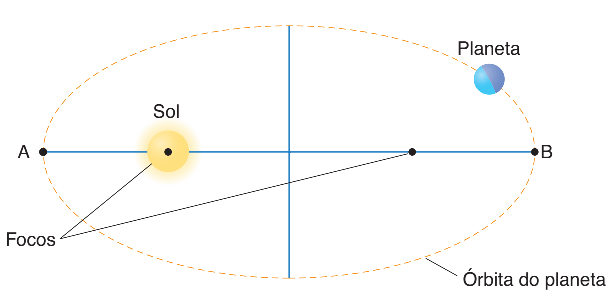
Representação artística do modelo heliocêntrico, defendido por Copérnico.

2. Leis de Kepler

Primeira lei de Kepler

Também conhecida por **Lei das órbitas**, a Primeira lei de Kepler baseia-se em diversos relatos e observações astronômicas com as quais Kepler concluiu que a órbita dos planetas ao redor do Sol não era perfeitamente circular, e sim elíptica. Então, enunciou:

Todo planeta gira ao redor do Sol, descrevendo uma trajetória elíptica em que o Sol ocupa um dos focos.



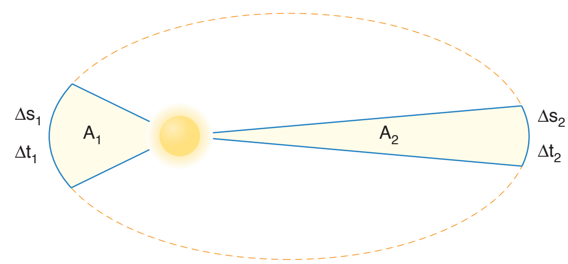
Na figura, A é o **periélio** (ponto de maior proximidade entre o planeta e o Sol) e B é o **afélio** (ponto da trajetória em que o planeta e o Sol estão mais afastados um do outro).

Segunda lei de Kepler

Também conhecida como **Lei das áreas**, a Segunda lei de Kepler baseia-se na velocidade do movimento de translação de um planeta ao redor do Sol. Kepler observou que essa velocidade não era constante e, para explicar esse fato, chegou à seguinte conclusão:

O vetor que une o planeta ao Sol varre áreas diretamente proporcionais aos intervalos de tempos gastos para descrevê-las.

Observe a figura:



Matematicamente, temos: $\frac{A_1}{\Delta t_1} = \frac{A_2}{\Delta t_2}$

em que Δt é o intervalo de tempo e A é a área.

Se $A_1 = A_2$, temos: $\Delta t_1 = \Delta t_2$.

Como o comprimento do arco Δs_1 é maior que o comprimento do arco Δs_2 e o intervalo de tempo gasto para percorrer esses arcos é o mesmo, então:

$$v_{periélio} > v_{afélio}$$

No periélio, a velocidade do planeta é maior que no afélio, ou seja, a velocidade do planeta aumenta à medida que ele se aproxima do Sol.

Terceira lei de Kepler

A Terceira lei de Kepler é também conhecida como **Lei dos períodos**. Além das outras deduções, Kepler observou que os planetas mais afastados do Sol demoravam mais tempo para executar um movimento completo de translação. Com base nos períodos de translação dos planetas e nas distâncias médias entre eles e o Sol, o cientista enunciou:

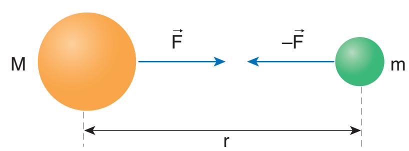
O quadrado do período de translação de um planeta ao redor do Sol é diretamente proporcional ao cubo da distância média entre esse planeta e o Sol.

$$T^2 = K \cdot r^3$$

3. Lei da gravitação universal

Com base nas ideias de Kepler, Newton desenvolveu a Lei da gravitação universal, que explica o movimento dos astros no Universo e é válida para dois corpos quaisquer (ou seja, os corpos não precisam ser, necessariamente, um planeta e uma estrela).

Dados dois corpos de massas M e *m*, separados pela distância *r*, temos:



Na figura, M e *m* são as massas dos corpos e *r* é a distância do centro de um corpo até o centro do outro.

Newton enunciou:

Matéria atrai matéria com uma força de intensidade diretamente proporcional ao produto das massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre seus centros.

Matematicamente, temos: $\boxed{F = \dfrac{G \cdot M \cdot m}{r^2}}$

em que G é a **constante gravitacional** e vale:

$$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2/kg^2$$

Para a aplicação da Lei da gravitação universal, valem as seguintes propriedades:

I. A força gravitacional trocada entre dois astros é um par de forças de ação e reação; assim, se a Terra atrai o Sol, o Sol atrai a Terra.

II. A determinação da força gravitacional pode ser calculada para dois corpos quaisquer; não é necessário que sejam dois astros.

III. A força gravitacional é sempre de atração, e nunca de repulsão.

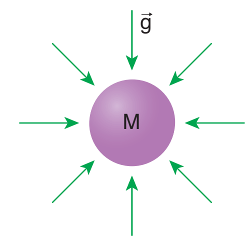
IV. A constante gravitacional apresenta sempre o mesmo valor, independentemente do meio em que os corpos estão.

V. Quando calculamos a força peso de um corpo em certo astro, estamos, na realidade, calculando a força de atração gravitacional entre o corpo e esse astro.

4. Campo gravitacional

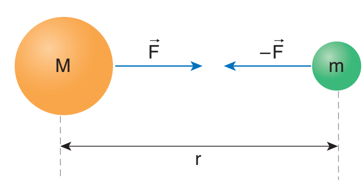
O campo gravitacional criado por um astro consiste na região de interação gravitacional que esse astro gera ao seu redor.

Seja um astro de massa M:



Na figura, M é a massa do astro e *g* é o campo gravitacional.

Colocando-se um corpo de massa *m* na região de campo gravitacional criado pelo corpo M, temos:



A força gravitacional para um corpo de massa *m* é equivalente à força peso que atua no corpo:

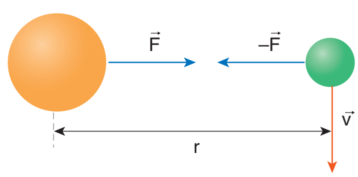
$$F = P \quad e \quad \frac{G \cdot M \cdot m}{r^2} = m \cdot g \Rightarrow \boxed{g = \frac{G \cdot M}{r^2}}$$

Essa equação determina a intensidade do campo gravitacional de qualquer astro, em qualquer ponto do espaço ao seu redor. A direção do campo gravitacional é radial e com sentido dirigido para o centro do astro.

5. Corpos em órbitas circulares

Newton havia indagado que se dois astros, como a Terra e a Lua, se atraem, por que a Lua não cai de encontro à Terra?

O movimento que a Lua descreve ao redor da Terra deve-se à combinação de duas grandezas físicas: força e velocidade, que determinam a órbita (praticamente circular) da Lua e sua posição com relação à Terra.



Propriedades do movimento

I. Se a força de atração entre a Lua e a Terra se extinguisse, a Lua seguiria em movimento retilíneo e uniforme, por causa da inércia.

II. Para que a Lua se mantenha em órbita ao redor da Terra, a velocidade adequada deve ser mantida; caso contrário, se a velocidade for maior, ela poderá escapar da atração gravitacional da Terra ou, se a velocidade for menor, ela poderá percorrer uma trajetória em espiral e colidir com a Terra.

A força gravitacional atua nesses movimentos como força resultante centrípeta ($F_{R\ cent.}$); então:

$$F_{R\ cent.} = F$$

e sendo F = P, temos:

$$\frac{m \cdot v^2}{r} = m \cdot g \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{r \cdot g}}$$

A variável *g* na equação dada corresponde ao campo gravitacional na órbita do corpo de massa *m*.

A velocidade, em função da massa da Terra (M), pode ser obtida por:

$$F_{R\ cent.} = F \Rightarrow \frac{m \cdot v^2}{r} = \frac{G \cdot M \cdot m}{r^2} \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}}$$

Velocidade de escape

Um corpo pode ser lançado da superfície da Terra para nunca mais voltar. Para que isso aconteça, ele deverá ter determinada velocidade que lhe permita escapar da gravidade terrestre. Essa velocidade pode ser calculada da seguinte forma:

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot m}{r}}}$$

1.

$$\frac{R^3_{Terra}}{T^2_{Terra}} = \frac{R^3_{corpo}}{T^2_{corpo}} \Rightarrow \frac{R^3_{Terra}}{(1)^2} = \frac{(16 \cdot R_{Terra})^3}{T^2_{corpo}} \Rightarrow$$

$$\frac{\cancel{R^3_{Terra}}}{1} = \frac{(16)^2 \cdot 16 \cdot \cancel{R^3_{Terra}}}{T^2_{corpo}} \Rightarrow$$

$$T_{corpo} = 16\sqrt{16} \Rightarrow$$

$$T_{corpo} = 64 \text{ anos}$$

Atividades

1 (Furg-RS) Um corpo celeste percorre uma órbita em torno do Sol, cuja distância média ao Sol é 16 vezes maior do que a distância média Terra-Sol. Qual é o intervalo de tempo, em anos terrestres, necessário para esse corpo percorrer uma volta completa em torno do Sol?

a) 16 anos
b) 32 anos
c) 8 anos
X d) 64 anos
e) 12 anos

2 (U. Taubaté-SP) A intensidade da força gravitacional exercida pela Terra sobre um corpo de massa *m*, cujas dimensões são desprezíveis, quando em uma posição 100 000 metros acima da superfície da Terra, é:

a) maior do que a intensidade da força exercida pela Terra quando o corpo está na superfície do planeta.

2.

A intensidade da força gravitacional é inversamente proporcional ao quadrado da distância entre os centros dos dois corpos

$$\left(F = G \cdot \frac{M \cdot m}{d^2}\right):$$

- Na superfície da Terra: $F_1 = G \cdot \frac{M \cdot m}{R^2_{Terra}}$
- Acima da superfície da Terra:

$$F_2 = G \cdot \frac{M \cdot m}{d^2}$$

Sendo $d > R$, temos: $F_2 < F_1$

3.

$$F_{Terra} = \frac{G \cdot M_T \cdot M_{Sol}}{R_T^2} \quad \text{(I)}$$

$$F_{Saturno} = \frac{G \cdot M_S \cdot M_{Sol}}{R_S^2} \Rightarrow$$

$$F_S = \frac{G \cdot (100M_T) \cdot M_{Sol}}{(10R_T)^2} \quad \text{(II)}$$

Dividindo (II) por (I)

$$\frac{F_{Saturno}}{F_{Terra}} = \frac{\frac{G \cdot (100M_T) \cdot M_{Sol}}{100R_T^2}}{\frac{G \cdot M_T \cdot M_{Sol}}{R_T^2}} = \frac{F_{Saturno}}{F_{Terra}} = 1$$

4.

$$F = \frac{G \cdot M \cdot m}{R^2} \quad \text{(I)}$$

$$F' = \frac{G \cdot M \cdot 4m}{(2R)^2} \quad \text{(II)}$$

Dividindo (I) por (II), temos:

$$\frac{F}{F'} = \frac{\frac{G \cdot M \cdot m}{R^2}}{\frac{G \cdot M \cdot 4m}{4R^2}}$$

Assim: $\frac{F}{F'} = 1 \Rightarrow F' = F$

Exercícios complementares

1. Segunda lei de Kepler: $v_C > v_B > v_A$

x b) menor do que a intensidade da força exercida pela Terra quando o corpo está na superfície do planeta.

c) igual à intensidade da força exercida pela Terra quando o corpo está na superfície do planeta, pois a força gravitacional é independente das distâncias entre os corpos.

d) Não é possível fazer nenhuma estimativa sem conhecer o valor da massa do corpo.

e) Não é possível fazer nenhuma estimativa sem conhecer a temperatura do corpo.

3 (Fuvest-SP) No sistema solar, o planeta Saturno tem massa cerca de 100 vezes maior do que a da Terra e descreve uma órbita, em torno do Sol, a uma distância média 10 vezes maior do que a distância média da Terra ao Sol (valores aproximados). A razão $\frac{F_{Saturno}}{F_{Terra}}$ entre a força gravitacional com que o Sol atrai Saturno e a força gravitacional com que o Sol atrai a Terra é de aproximadamente:

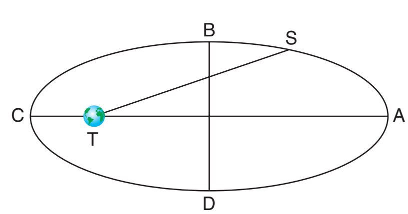
a) 1 000
b) 10
x c) 1
d) 0,1
e) 0,001

4 (Vunesp) A força gravitacional entre um satélite e a Terra é F. Se a massa desse satélite fosse quadruplicada e a distância entre o satélite e o centro da Terra aumentasse duas vezes, o valor da força gravitacional seria:

a) $\frac{F}{4}$
b) $\frac{F}{2}$
c) $\frac{3F}{4}$
x d) F
e) 2F

Exercícios complementares

1 (U. Taubaté-SP) Um satélite artificial S descreve uma órbita elíptica em torno da Terra, sendo que a Terra está no foco, conforme a figura adiante.



Indique a alternativa correta:

a) A velocidade do satélite é sempre constante.

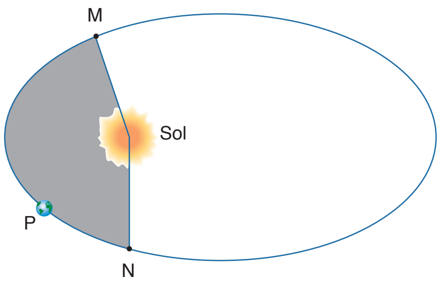
x b) A velocidade do satélite cresce à medida que o satélite caminha ao longo da curva ABC.

c) A velocidade do ponto B é máxima.

d) A velocidade do ponto D é mínima.

e) A velocidade tangencial do satélite é sempre nula.

2 (F. F. O. Diamantina-MG) As leis de Kepler definem o movimento da Terra em torno do Sol. Na figura, a área sombreada é igual a um quarto da área total da elipse.

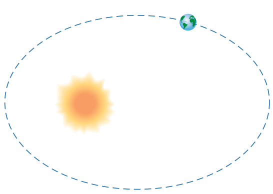


Assim, o tempo gasto pela Terra para percorrer o trajeto MPN é, aproximadamente, em meses, igual a:

a) 9
b) 6
c) 4
X d) 3
e) 1

2. De acordo com a Lei das áreas de Kepler, temos:
Área total = 12 meses
$\frac{\text{Área total}}{4} = \frac{12}{4} = 3$ meses

3 (UEMG) Em seu movimento em torno do Sol, a Terra descreve uma trajetória elíptica, como na figura a seguir:



São feitas duas afirmações sobre esse movimento:

I. A velocidade da Terra permanece constante em toda a trajetória.
II. A mesma força que a Terra faz no Sol, o Sol faz na Terra.

Sobre tais afirmações, só é correto afirmar que:

a) as duas afirmações são verdadeiras.
b) apenas a afirmação 1 é verdadeira.
X c) apenas a afirmação 2 é verdadeira.
d) as duas afirmações são falsas.

3. I. (F) A velocidade é variável.
II. (V) Ação e reação.

4 (Cefet-SP) Considere um satélite de massa m = 10 kg, a uma altitude h = 700 km acima da superfície da Terra. Nas alternativas a seguir, indique aquela que corresponde ao módulo da velocidade tangencial do satélite.
(Dados (valores aproximados): massa da Terra = $6 \cdot 10^{24}$ kg; raio da Terra = 6 300 km; constante de gravitação universal = $6{,}6 \cdot 10^{-11}$ N · m²/kg²)

a) $v = 3{,}5 \cdot 10^3$ m/s
b) $v = 9{,}5 \cdot 10^3$ m/s
c) $v = 1{,}5 \cdot 10^3$ m/s
X d) $v = 7{,}5 \cdot 10^3$ m/s
e) $v = 5{,}5 \cdot 10^3$ m/s

4. A velocidade tangencial é dada por:
$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}} = \sqrt{\frac{6{,}6 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{(6300 + 700) \cdot 10^3}} \Rightarrow$
$v = 7{,}5 \cdot 10^3$ m/s

5 (UFSC) Suponha que existissem lunáticos, habitantes da Lua, semelhantes aos terráqueos. Sobre tais habitantes, na superfície lunar, é correto afirmar que:

(01) teriam um céu constantemente azul pela inexistência de nuvens.
(02) não conseguiriam engolir nada.
(04) não conseguiriam empinar pipa.

5. Soma = 92 (04 + 08 + 16 + 64)
(01) (F) Na Lua não existe atmosfera como na Terra.
(02) (F) Apesar de a gravidade ser menor que a da Terra, ela existe.
(04) (V) Não existe ar (ou correntes de ar) na Lua.
(08) (V) Com a gravidade menor, o tempo de permanência acima do solo seria maior.
(16) (V) Não seria possível por causa da ausência das forças de resistência do ar.
(32) (F) Não existe atmosfera para que a luz sofra desvio e apresente cores.
(64) (V) A inexistência de ar não permitiria o uso de canudinhos.

6. I. (F) Mesmo sentido.
II. (V) $T_S = T_T$
III. (V) $W = \frac{2\pi}{T}$
IV. (V) $F_C = F_G = G \cdot \frac{M \cdot m}{d^2}$

(08) numa partida de futebol, poderiam fazer lançamentos mais longos do que se estivessem na Terra.

(16) numa partida de futebol, teriam menos opções de chutes, pela impossibilidade de aplicar efeitos na bola.

(32) poderiam apreciar o alaranjado do pôr do sol como um terráqueo.

(64) não poderiam beber líquidos com um canudinho, pela inexistência de atmosfera.

Dê a soma dos números dos itens corretos.

6 (PUC-RS) Um satélite geoestacionário é um tipo especial de satélite que orbita no plano do equador terrestre e que permanece em repouso em relação a um observador em repouso em relação à Terra. Para um observador que, do espaço, observasse a Terra e o satélite girando:

I. o sentido de rotação do satélite seria contrário ao da Terra;
II. o período de rotação do satélite seria o mesmo da Terra;
III. a velocidade angular do satélite seria a mesma da Terra;
IV. a força centrípeta exercida sobre o satélite seria menor do que o seu peso na superfície da Terra.

As alternativas corretas são, apenas:

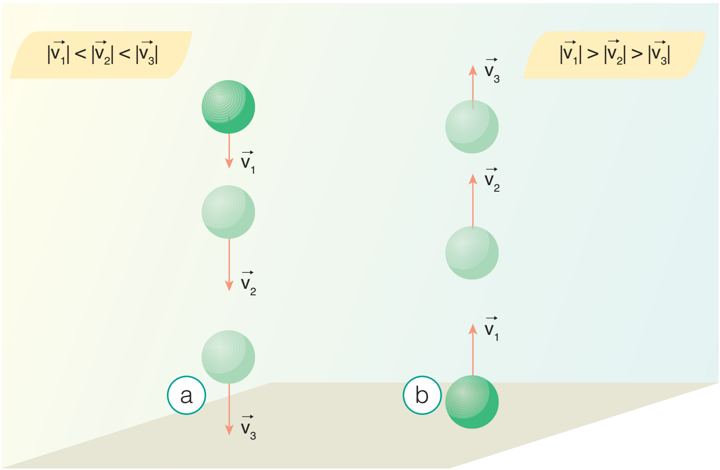
a) I e II
b) II e IV
c) I, II e III
X d) II, III e IV
e) I, III e IV

Sezayi Erken/AFP

1. Movimentos verticais

Galileu Galilei observou que, para um corpo de pequenas dimensões e de massa relativamente alta comparada ao tamanho deste corpo, em movimentos de pequenas alturas, podemos desprezar a resistência do ar. Nessas condições, o corpo descreve um movimento uniformemente variado de descida ou de subida.

Descida e subida



(a) Na descida, o módulo da velocidade aumenta com o decorrer do tempo, portanto o movimento é acelerado. (b) Na subida, o módulo da velocidade diminui com o decorrer do tempo, portanto o movimento é retardado.

Na descida, dizemos que o corpo cai em **queda livre** (sem resistência do ar).

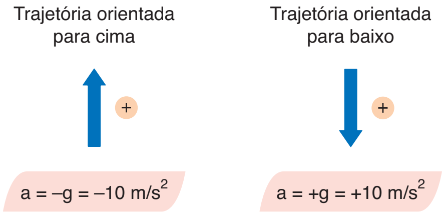
Equações do movimento vertical

Uma vez desprezada a resistência oferecida pelo ar, vimos que o movimento vertical é uniformemente variado. Logo, usamos as mesmas equações estudadas no MUV:

$$v = v_0 + a \cdot t$$

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

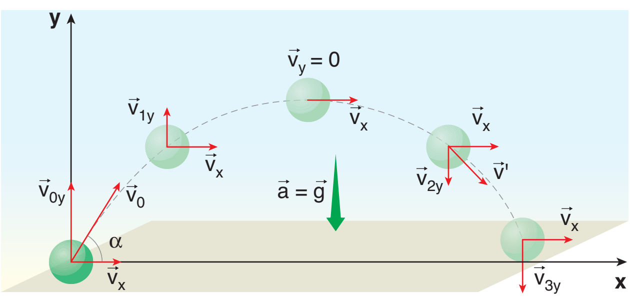
$$v^2 = v_0^2 + 2a \cdot \Delta s$$



Representamos a aceleração da gravidade por *g*. Então, g = 9,8 m/s² ≅ 10 m/s² (para pontos próximos da superfície da Terra).

2. Lançamento oblíquo

O estudo da velocidade e da posição de um corpo lançado obliquamente, ao longo da trajetória, é relativamente complexo. Portanto, vamos dividi-lo em dois movimentos: um na horizontal e outro na vertical.



A velocidade v_0 é a inicial de lançamento. As velocidades v_x e v_{0y} são os componentes da velocidade inicial horizontal e vertical, respectivamente. A velocidade v' é a velocidade do projétil num instante qualquer do movimento, e α é o ângulo do lançamento com a horizontal.

Na horizontal

Na horizontal o movimento é uniforme, portanto o componente v_x é constante e diferente de zero.

$$v_x = v_0 \cdot \cos \alpha \qquad s_x = s_{0x} + v_x \cdot t$$

Na vertical

O movimento vertical é uniformemente variado, e sua aceleração é a da gravidade, portanto o componente vertical da velocidade (v_y) diminui durante a subida e aumenta durante a descida. No ponto mais alto, a velocidade corresponde a seu componente horizontal (v_x), pois seu componente vertical (v_y) é nulo.

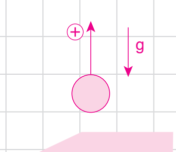
$$v_{0y} = v_0 \cdot \text{sen}\ \alpha \qquad v_y = v_{0y} + a \cdot t$$

$$s_y = s_{0y} + v_{0y} \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} \qquad v_y^2 = v_{0y}^2 + 2a \cdot \Delta s$$

em que a = ± g = ± 9,8 m/s² (para pontos próximos da superfície da Terra).

O intervalo de tempo de movimento do componente vertical é o mesmo do componente horizontal, pois ambos os movimentos ocorrem simultaneamente.

1. a)



$v = v_0 + g \cdot t$
$g = 10\ m/s^2$
$v = 50 - 10t$
$0 = 50 - 10t \Rightarrow 10t = 50 \Rightarrow$
$t = 5\ s$
$t_s = t_q \Rightarrow t_{total} = 10\ s$

b) $t_s = t_q$
$v = 50 - 10t_{total}$
$v = 50 - 10 \cdot 10$
$v = -50\ m/s$

c) $v^2 = v_0^2 - 2g \cdot h$
$0 = (50)^2 - 2 \cdot 10 \cdot h_{máx.}$
$20h_{máx.} = 2\,500$
$h_{máx.} = 125\ m$

d) $v = 0$
$a = g = 10\ m/s^2$

Atividades

1 Um corpo é lançado verticalmente para cima com velocidade inicial de 50 m/s. Sendo desprezível a resistência do ar e g = 10 m/s², determine:

a) o tempo total do movimento;
b) a velocidade com que o corpo retorna ao ponto de lançamento;
c) a altura máxima atingida;
d) a velocidade e a aceleração no ponto de altura máxima.

2 (Fuvest-SP) Numa filmagem, no exato instante em que um caminhão passa por uma marca no chão, um dublê se larga de um viaduto para cair dentro de sua caçamba. A velocidade *v* do caminhão é constante e o dublê inicia sua queda a partir do repouso, de uma altura de 5 m da caçamba, que tem 6 m de comprimento. A velocidade ideal do caminhão é aquela em que o dublê cai bem no centro da caçamba, mas a velocidade real *v* do caminhão poderá ser diferente e ele cairá mais à frente ou mais atrás do centro da caçamba. Para que o dublê caia dentro da caçamba, *v* pode diferir da velocidade ideal, em módulo, no máximo: (Adote g = 10 m/s²)

a) 1 m/s
X b) 3 m/s
c) 5 m/s
d) 7 m/s
e) 9 m/s

3 (U. E. Sudoeste da Bahia-BA) Um artilheiro chuta a bola para o gol, imprimindo uma velocidade inicial de 72 km/h, que forma um ângulo de 30° com a horizontal. Dados $g = 10\ m/s^2$; sen 30° = 0,50; cos 30° = 0,87, a altura máxima que a bola atinge, desprezada a resistência do ar, é, em metros:

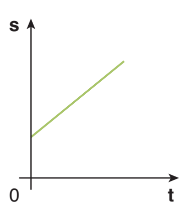
x a) 5,0
b) 8,7
c) 10
d) 17,4
e) 20

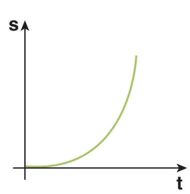
4 (UPE) Um naturalista, na selva tropical, deseja capturar um macaco de uma espécie em extinção, dispondo de uma arma carregada com um dardo tranquilizante. No momento em que ambos estão a 45 m acima do solo, cada um em uma árvore, o naturalista dispara o dardo. O macaco, astuto, na tentativa de escapar do tiro, se solta da árvore. Se a distância entre as árvores é de 60 m, a velocidade mínima do dardo, para que o macaco seja atingido no instante em que chega ao solo, vale em m/s: (Adote: $g = 10\ m/s^2$)

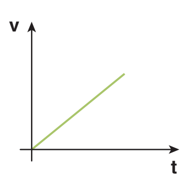
a) 45
b) 60
c) 10
x d) 20
e) 30

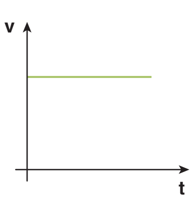
Exercícios complementares

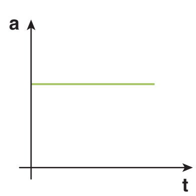
1 (UFPI) Considere os esboços de gráficos mostrados a seguir. Eles representam posições (s), velocidade (v) e aceleração (a) em função do tempo (t) para determinado móvel.

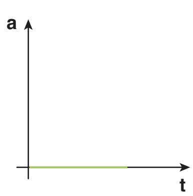
I.


IV.


II.


V.


III.


VI.


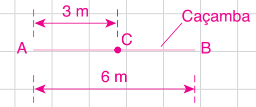
Com relação a esses gráficos, analise as seguintes afirmativas.

I. Os gráficos I, II e III podem caracterizar um movimento vertical para cima na superfície da Terra.

2. Tempo de queda do dublê:

$\Delta h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$

$5 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot t_q^2 \Rightarrow t_q = 1,0\ s$



$\Delta s_{AC} = v \cdot \Delta t \Rightarrow 3 = v \cdot 1 \Rightarrow$
$v = 3\ m/s$

A velocidade ***v*** pode diferir da velocidade ideal, em módulo, no máximo: 3 m/s.

3. $v_0 = 72\ km/h = 20\ m/s$

$v_{0y} = v_0 \cdot \text{sen } 30°$

$v_{0y} = 20 \cdot \frac{1}{2} = 10\ m/s$

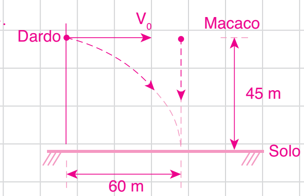
$v_y^2 = v_{0y}^2 - 2g \cdot h_{máx}$

$0 = (10)^2 - 2 \cdot 10h_{máx.}$

$0 = 100 - 20h_{máx.}$

$20h_{máx.} = 100$

$h_{máx.} = 5\ m$

4.


Tempo de queda do macaco:

$\Delta h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t_{queda})^2 \Rightarrow$

$45 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot (t_{queda})^2 \Rightarrow$

$t_{queda} = 3,0\ s$

Em 3,0 s, o dardo deve percorrer 60 m na horizontal. Portanto:

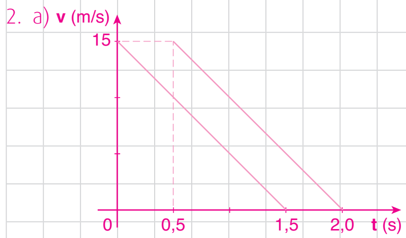
$\Delta s = v \cdot \Delta t \Rightarrow 60 = v_{dardo} \cdot 3,0 \Rightarrow$

$v_{dardo} = 20\ m/s$

Exercícios complementares

1. I. Errado. No movimento vertical para cima, o espaço varia com o tempo segundo uma função do 2º grau.
II. Correto. MU: $s = s_0 + v \cdot t$; velocidade constante e aceleração nula.
III. Correto. MUV: $s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$; $v = v_0 + a \cdot t$; aceleração constante.

2\. a)



b) $h_1 = 15t - 5t^2$

$h_2 = 15(t - 0{,}5) - 5(t - 0{,}5)^2 \Rightarrow$

$h_2 = 15t - 7{,}5 - 5(t^2 - t + 0{,}25) \Rightarrow$

$h_2 = 15t - 7{,}5 - 5t^2 + 5t - 1{,}25 \Rightarrow$

$h_2 = -5t^2 + 20t - 8{,}75$

$h_1 = h_2$

$15t - 5t^2 = -5t^2 + 20t - 8{,}75$

$5t = 8{,}75$

$t = 1{,}75$ s

c) $v = v_0 - gt$

$0 = 15 - 10t$

$t = 1{,}5$ s

3\. a) $v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow 0 =$

$(8)^2 + 2 \cdot (-1{,}6) \cdot h \therefore h = 20$ m

$v = v_0 + g \cdot t \Rightarrow$

$0 = 8 + (-1{,}6) \cdot t \therefore t = 5$ s

Portanto, tempo total de subida e descida: $\Delta t = 10$ s

b) Não. Como a Lua não possui atmosfera, o martelo e a pena chegam juntos ao solo.

4\. a) $v_y^2 = v_{0y}^2 + 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow$

$0 = v_{0y}^2 - 2 \cdot 10 \cdot 1{,}25 \therefore v_{0y} = 5$ m/s

$v_y = v_{0y} + g \cdot t \Rightarrow$

$0 = 5 - 10 \cdot t \therefore t = 0{,}5$ s

b) Para $t = 0{,}5$ s, temos: $x = 3$ m

$v_h = \frac{x}{t} = \frac{3}{0{,}5} \therefore v_h = 6$ m/s

c) Entre os dois instantes: $x = 4{,}04$ m

$\Delta t = \frac{x}{v} \Rightarrow t_2 = \frac{4{,}04}{6} \Rightarrow t_2 = 0{,}67$ s

II. Os gráficos I, V e VI podem caracterizar um movimento uniforme.

III. Os gráficos II, III e IV podem caracterizar um movimento variado.

Está correto apenas o que se afirma em:

a) I

b) I e II

c) I e III

x d) II e III

e) II

2 (Fuvest-SP) Duas bolinhas são lançadas verticalmente para cima, de uma mesma altura, com a mesma velocidade inicial de 15 m/s, mas com intervalo de tempo de 0,5 s entre os lançamentos.

a) Desprezando a resistência do ar, faça, num mesmo sistema de eixos, os gráficos da velocidade em função do tempo para as duas bolinhas. Indique nos eixos as unidades de medida. (Adote g = 10 m/s².)

b) Qual é o instante em que as alturas das duas bolinhas coincidem?

c) Em que instante a primeira inverteu o sentido do movimento?

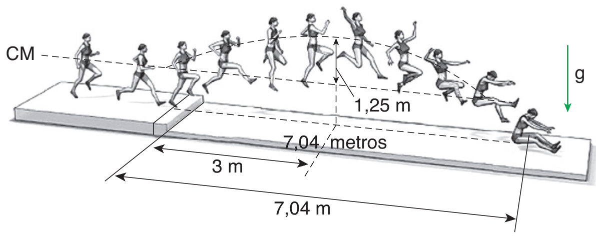
3 (U. F. São Carlos-SP) Em julho de 2009, comemoramos os 40 anos da primeira viagem tripulada à Lua. Suponha que você é um astronauta e que, chegando à superfície lunar, resolva fazer algumas brincadeiras para testar seus conhecimentos de Física. (Dados: Considere a aceleração da gravidade na Lua como 1,6 m/s²; em seus cálculos, mantenha somente 1 (uma) casa após a vírgula.)

a) Você lança uma pequena bolinha, verticalmente para cima, com velocidade inicial v_0 igual a 8 m/s. Calcule a altura máxima *h* atingida pela bolinha, medida a partir da altura do lançamento, e o intervalo de tempo Δt que ela demora para subir e descer, retornando à altura inicial.

b) Na Terra, você havia soltado de uma mesma altura inicial um martelo e uma pena, tendo observado que o martelo alcançava primeiro o solo. Decide então fazer o mesmo experimento na superfície da Lua, imitando o astronauta David Randolph Scott durante a missão Apollo 15, em 1971. O resultado é o mesmo que o observado na Terra? Explique o porquê.

4 (Fuvest-SP) O salto que conferiu a medalha de ouro a uma atleta brasileira, na Olimpíada de 2008, está representado no esquema a seguir, reconstruído a partir de fotografias múltiplas. Nessa representação, está indicada, também, em linha tracejada, a trajetória do centro de massa da atleta (CM).

Usando a escala estabelecida pelo comprimento do salto, de 7,04 m, é possível estimar que o centro de massa da atleta atingisse uma altura máxima de 1,25 m (acima de sua altura inicial), e que isso ocorreu a uma distância de 3,0 m, na horizontal, a partir do início do salto, como indicado na figura.



Considerando essas informações, estime:

a) o intervalo de tempo t_1, em *s*, entre o instante do início do salto e o instante em que o centro de massa da atleta atingiu sua altura máxima;

b) a velocidade horizontal média, v_h, em m/s, da atleta durante o salto;

c) o intervalo de tempo t_2, em *s*, entre o instante em que a atleta atingiu sua altura máxima e o instante final do salto.

(Note e adote: Desconsidere os efeitos da resistência do ar.)

5 (U. E. Londrina-PR) Um projétil é atirado com velocidade de 40 m/s, fazendo ângulo de 37° com a horizontal. A 64 m do ponto de disparo, há um obstáculo de altura 20 m. Adotando $g = 10\ m/s^2$, $\cos 37° = 0{,}80$ e $\text{sen } 37° = 0{,}60$, pode-se concluir que o projétil:

a) passa à distância de 2,0 m acima do obstáculo.

X b) passa à distância de 8,0 m acima do obstáculo.

c) se choca com o obstáculo a 12 m de altura.

d) se choca com o obstáculo a 18 m de altura.

e) cai no solo antes de chegar até o obstáculo.

6 (UFCE) Um avião voa horizontalmente com velocidade constante. Em dado instante, solta-se uma bola deste avião. Sabemos que para um indivíduo parado no chão a bola irá descrever movimento curvo. Se desprezarmos a resistência do ar, para efeito do movimento da bola, podemos afirmar que:

(01) o movimento da bola poderá ser decomposto em um MRU na horizontal e um MRU na vertical.

(02) o movimento da bola poderá ser decomposto em um MRU na horizontal e um movimento uniformemente acelerado na vertical.

(04) ambos os movimentos, na horizontal e na vertical, são retilíneos e uniformemente acelerados.

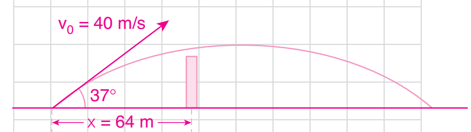
(08) o movimento da bola poderá ser decomposto em um MRU na vertical e movimento uniformemente acelerado na horizontal.

(16) para um indivíduo dentro do avião, a bola descreve um movimento retilíneo.

(32) o movimento curvo é uma ilusão de óptica devido ao movimento de rotação da Terra.

Dê a soma dos números dos itens corretos.

5.



$v_x = v_0 \cdot \cos 37°$

$v_x = 40 \cdot 0{,}8$

$v_x = 32\ m/s$

$t = \frac{x}{v_x} = \frac{64}{32}$

$t = 2\ s$

$v_{0y} = v_0 \cdot \text{sen } 37°$

$v_{0y} = 40 \cdot 0{,}6$

$v_{0y} = 24\ m/s$

$t = 2\ s \rightarrow h = v_{0y} t - \frac{gt^2}{2}$

$h = 24 \cdot 2 - 5 \cdot 4$

$h = 48 - 20 = 28\ m$

O projétil passa a 8 m acima do topo do obstáculo.

6. Soma = 18 (02 + 16)

Trabalho e energia


Sezayi Erken/AFP

1. Trabalho de uma força constante

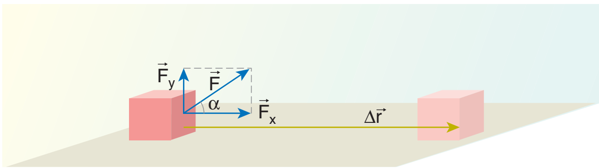
Um corpo recebe a ação de uma força $\vec{F}$ constante que o faz sofrer um deslocamento $\Delta\vec{r}$. O fato de a força $\vec{F}$ fazer o corpo sofrer o deslocamento $\Delta\vec{r}$ significa que ela realiza um determinado **trabalho**. É importante ressaltar que a força realiza trabalho, e não o corpo. Portanto, o correto é dizer “o trabalho realizado pela força”, em vez de “o trabalho realizado pelo corpo”.

> O trabalho realizado por uma força constante é obtido efetuando-se o produto da intensidade da força na direção do deslocamento pelo deslocamento sofrido pelo corpo.

$$\boxed{\tau_F = F \cdot r}$$

Na expressão, τ_F é o trabalho realizado pela força $\vec{F}$, em que F é a intensidade da força **constante** na direção do deslocamento, e Δr é a intensidade do deslocamento sofrido pelo corpo.

Se a força $\vec{F}$ não apresentar a mesma direção do vetor deslocamento $\Delta\vec{r}$, devemos decompor essa força em dois componentes: um paralelo e outro perpendicular ao deslocamento.



Efetuando a decomposição do vetor $\vec{F}$, temos:

$$F_x = F \cdot \cos\alpha \quad \text{e} \quad F_y = F \cdot \text{sen}\,\alpha$$

Apenas o componente que está na direção do deslocamento ($\vec{F}_x$) realiza trabalho. Então:

$$\tau_F = F_x \cdot \Delta r \Rightarrow \boxed{\tau_F = F \cdot r \cdot \cos}$$

Na expressão, α é o ângulo formado entre os vetores $\vec{F}$ e $\Delta\vec{r}$.

O trabalho realizado por uma força é uma grandeza física escalar, portanto pode ser perfeitamente caracterizado por um número *mais* uma unidade.

Unidades

No Sistema Internacional de Unidades (SI), a força é medida em **N** (newton), a intensidade do deslocamento, em **m** (metro), e o trabalho, em **N · m = J** (joule).

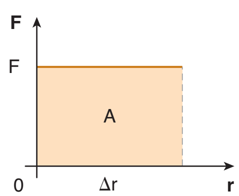
Considerações sobre o ângulo α

A força e o deslocamento, por serem grandezas vetoriais, são medidos em módulo. Portanto, o trabalho terá o mesmo sinal do cos α.

- Se $0° \leqslant \alpha < 90° \Rightarrow \tau > 0$, então o trabalho é **motor**.
- Se $\alpha = 90° \Rightarrow \tau = 0$, então o trabalho é **nulo**.
- Se $90° < \alpha \leqslant 180° \Rightarrow \tau < 0$, então o trabalho é **resistente**.

Método gráfico

Dado o diagrama da força na direção do deslocamento em função do deslocamento, temos:



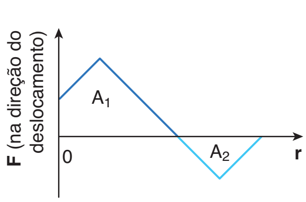
Como $\tau_F = F \cdot \Delta r$, então:

$$\tau_F \overset{N}{=} \text{Área}$$

Para calcular o trabalho da força, basta determinar a área abaixo do gráfico (o símbolo $\overset{N}{=}$ significa "numericamente igual"). Esse procedimento, porém, somente será válido se a força apresentar a mesma direção do deslocamento.

2. Trabalho de uma força variável

Se a força aplicada num corpo for de intensidade variável, porém de direção constante e coincidente com a direção do deslocamento, podemos calcular o trabalho por ela realizado pelo método gráfico.



$$\tau_1 \overset{N}{=} A_1 \quad \text{e} \quad \tau_2 \overset{N}{=} A_2$$

O trabalho total realizado pela força variável é igual a $\tau_F = \tau_1 + \tau_2$, então:

$$\tau_F \overset{N}{=} A_1 - A_2$$

O trabalho total de uma força de intensidade variável pode ser obtido efetuando-se a soma de todas as áreas que estão acima do eixo *r* e a subtração de todas as áreas que estão abaixo desse mesmo eixo. Se o trabalho total for positivo, ele será **motor** e, se negativo, será **resistente**.

3. Potência

Potência é uma grandeza física que mede a rapidez da realização de um determinado trabalho.

Potência média

Define-se matematicamente potência média ($\mathcal{P}_m$) como a razão entre o trabalho realizado por uma força e o correspondente intervalo de tempo para realizá-lo.

O trabalho deve ser colocado em módulo na equação porque não se define potência negativa.

Se a taxa da energia transformada em cada unidade de tempo for constante, então a potência será constante. Nesse caso, a potência média poderá ser expressa apenas por potência.

$$\mathcal{P} = \mathcal{P}_m = \frac{|\tau|}{\Delta t}$$

Unidades

No SI, temos potência medida em **W** (watt), trabalho medido em **J** (joule), e tempo, em **s** (segundo).

Também são usadas unidades de outros sistemas:

Horse-power: 1 HP ≅ 746 W

Cavalo-vapor: 1 CV ≅ 735 W

Potência instantânea

Considere uma força constante que atua num corpo durante um determinado deslocamento. Essa força realiza determinado trabalho, portanto temos uma determinada potência envolvida no processo, que é dada por:

$$\mathcal{P}_m = \frac{|\tau|}{\Delta t} = \frac{F \cdot \Delta r \cdot \cos \theta}{\Delta t} \Rightarrow \mathcal{P}_m = F \cdot v_m \cdot \cos$$

Considerando-se, agora, um pequeno intervalo de tempo Δt e o correspondente deslocamento Δr, a razão $\frac{\Delta r}{\Delta t}$ determina a velocidade num determinado instante (velocidade instantânea). Então, podemos obter a potência instantânea:

$$\mathcal{P} = F \cdot v \cdot \cos\theta$$

Na expressão, $\mathcal{P}$ é a potência no instante em que a velocidade do corpo é *v*.

Casos particulares

- Se, durante o movimento, a velocidade for constante, teremos potência média = potência instantânea:

$$\mathcal{P}_m = \mathcal{P}$$

- Se a força tiver a mesma direção e o mesmo sentido do deslocamento, teremos $\cos\theta = \cos 0° = 1$:

$$\mathcal{P} = F \cdot v$$

4. Energia

Energia é um conceito importante para a Física, pois ela está envolvida na maioria dos fenômenos físicos que ocorrem na natureza.

As principais características da energia são:

- não pode ser criada;
- não pode ser destruída;
- pode apenas ser transformada.

Um corpo está dotado de energia sempre que uma força não nula atuando nele for capaz de realizar um determinado trabalho.

Energia cinética

Energia cinética é a modalidade de energia que um corpo apresenta sempre que estiver em movimento em relação a um determinado referencial.

A energia cinética de um corpo é obtida pela equação:

$$E_{cin.} = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

Na expressão, $E_{cin.}$ é a energia cinética do corpo, cuja unidade no SI é o joule (J), *m* é a massa do corpo, cuja unidade no SI é o quilograma (kg), e *v* é a velocidade, cuja unidade no SI é m/s.

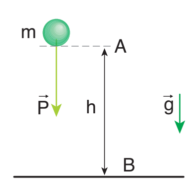
Energia potencial

Energia potencial é a modalidade de energia que um corpo pode armazenar. Se algumas condições forem satisfeitas, essa energia pode se manifestar e então haverá realização de trabalho.

São vários os tipos de energia potencial, porém interessam, para a Mecânica, apenas duas: a **gravitacional** e a **elástica**.

Energia potencial gravitacional

O corpo representado a seguir pode realizar um movimento espontâneo, portanto ele armazena uma determinada energia (denominada **energia potencial gravitacional**) em relação ao solo. Isso acontece porque, quando o corpo é abandonado, a força peso que atua sobre ele realiza um trabalho durante o processo de descida (trabalho da força peso).



A energia potencial que o corpo armazena no ponto A se manifesta na forma de trabalho realizado pela força peso no deslocamento de A até B.

$$E_{pot.\,A} = \mathcal{T}_{AB} = P \cdot \Delta s \cdot \cos 0°$$

$$E_{pot.\,A} = m \cdot g \cdot h \cdot 1 \Rightarrow E_{pot.} = m \cdot g \cdot h$$

Na expressão, $E_{pot.\,A}$ é a energia potencial gravitacional, cuja unidade no SI é o joule (J).

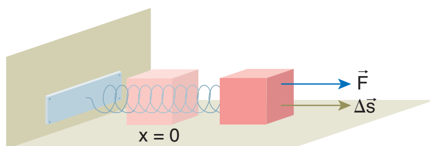
Energia potencial gravitacional é aquela armazenada em um corpo que está a uma certa altura, em relação a um nível de referência.

Energia potencial elástica

Vimos, nas leis de Newton, a relação de Hooke:

$$F = k \cdot x$$

Na expressão, F é a força elástica, *k* é a constante elástica da mola (característica de cada mola), e *x* é a deformação sofrida pela mola.



Se abandonarmos o corpo com a mola na posição deformada, ele se deslocará, portanto a força elástica que atua nesse corpo vai realizar determinado trabalho. Nessas condições, dizemos que o corpo armazena determinada energia, denominada **energia potencial elástica**.

Energia potencial elástica é a modalidade de energia que fica armazenada num corpo quando ele estiver em contato com uma mola que está deformada.

Como a intensidade da força elástica varia linearmente com a deformação da mola, o trabalho realizado por essa força só pode ser obtido pelo método gráfico, ou seja, por meio da área abaixo do gráfico num diagrama da força em função do deslocamento realizado pelo corpo.

Na posição de equilíbrio do corpo, a mola não está deformada.

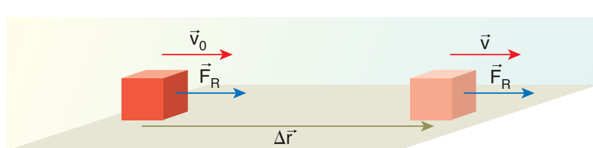
A energia potencial elástica armazenada no corpo se manifesta na forma de trabalho da força elástica:

$$E_{\text{pot. elás.}} = \frac{k \cdot x^2}{2}$$

Na expressão, $E_{\text{pot. elás.}}$ é a energia potencial elástica, cuja unidade no SI é o joule (J), *k* é a constante elástica da mola, cuja unidade no SI é o N/m, e *x* é a deformação, cuja unidade no SI é o metro (m).

5. Teorema da energia cinética

Se o trabalho de uma força pode ajudar ou atrapalhar o movimento de um corpo, é possível, então, associar esse trabalho à velocidade do corpo.



Sendo a resultante das forças $\vec{F}_R$ constante, temos:

$F_R = m \cdot a \Rightarrow \tau_{F_R} = F_R \cdot \Delta r \cdot \cos 0° \Rightarrow$

$\tau_{F_R} = m \cdot a \cdot \Delta r \quad \text{(I)}$

Sendo $\vec{F}_R$ constante, a aceleração do movimento também é constante, consequentemente o módulo dessa aceleração deve ser igual ao módulo da aceleração escalar. Nesse caso, o movimento é uniformemente variado (MUV).

$$v^2 = v_0^2 + 2a \cdot \Delta r \Rightarrow \frac{v^2 - v_0^2}{2} = a \cdot \Delta r \quad \text{(II)}$$

Substituindo (II) em (I), temos:

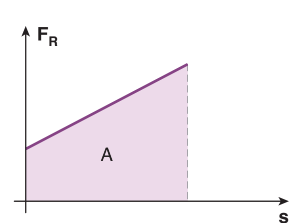
$$\tau_{F_R} = m \cdot \left(\frac{v^2 - v_0^2}{2}\right) = \frac{m \cdot v^2}{2} - \frac{m \cdot v_0^2}{2}$$

Como $\frac{m \cdot v^2}{2}$ é a energia cinética do corpo, então:

$$\tau_{F_R} = E_{\text{cin. final}} - E_{\text{cin. inicial}} = E_{\text{cin.}}$$

Teorema da energia cinética

Se o módulo da resultante das forças for variável, o trabalho da resultante poderá ser obtido calculando-se a área abaixo do gráfico no diagrama da força em função do deslocamento.



$$\begin{cases} \tau_{F_R} \overset{N}{=} A \\ \tau_{F_R} = E_{\text{cin. final}} - E_{\text{cin. inicial}} \end{cases}$$

1. Pela área do gráfico, obtemos o trabalho:

$\text{Área}_{\text{trapézio}} = \dfrac{(B+b)}{2} \cdot h = \dfrac{(6+4) \cdot 5}{2} = 25 \Rightarrow$

$\tau = 25\ J$

2. $\tau = \mathcal{P} \cdot \Delta t \Rightarrow \tau = 150\ kW \cdot 0{,}5\ h \Rightarrow$

$\tau = 75\ kWh$

$\tau = 150\,000 \cdot 30 \cdot 60 \Rightarrow$

$\tau = 2{,}7 \cdot 10^8\ J = 270 \cdot 10^6\ J$

3. $m = 100\ kg$

$\mu_c = 0{,}10$

$g = 10\ m/s^2$

Para o deslocamento PQ: $\text{sen}\ 30° = \dfrac{5}{PQ} \Rightarrow$

$PQ = \dfrac{5}{0{,}5} = 10\ m$

Como o bloco sobe com velocidade constante:

$F = P \cdot \text{sen}\ \theta + F_{at}$

$F = m \cdot g \cdot \text{sen}\ \theta + \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos\theta \Rightarrow$

$F = m \cdot g \cdot (\text{sen}\ \theta + \mu \cdot \cos\theta)$

$F = 100 \cdot 10\ (0{,}5 + 0{,}1 \cdot 0{,}87) \Rightarrow F = 587\ N$

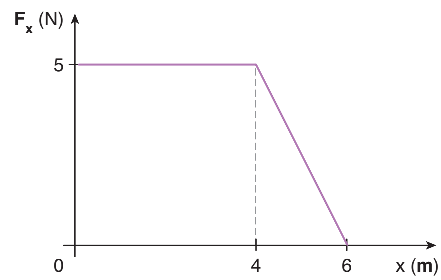
Assim:

$\tau = F \cdot d_{PQ} \Rightarrow \tau = 587 \cdot 10 = 5\,870\ J$ ou

$\tau = 5{,}87 \cdot 10^3\ J$

Atividades

1 (Vunesp) Uma força atuando em uma caixa varia com a distância *x*, de acordo com o gráfico.



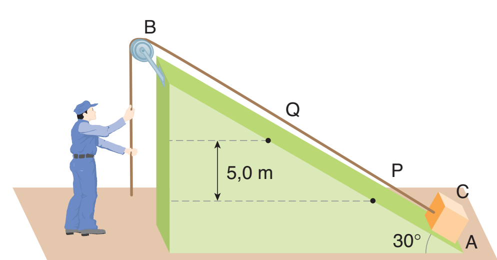
O trabalho realizado por essa força para mover a caixa da posição x = 0 até a posição x = 6 m vale:

a) 5 J
b) 15 J
c) 20 J
X d) 25 J
e) 30 J

2 (UEMT) Um motor com potência de 150 kW impulsiona um veículo por um período de 30 minutos. O trabalho realizado pela força motora medida em kWh e em J é igual a:

X a) 75 kWh e $270 \cdot 10^6$ J
b) 150 kWh e $260 \cdot 10^6$ J
c) 500 kWh e $270 \cdot 10^6$ J
d) 75 kWh e $300 \cdot 10^6$ J
e) 75 kWh e $500 \cdot 10^6$ J

3 (Mackenzie-SP) Um homem necessita deslocar a caixa C, de massa 100 kg, desde o ponto A até o ponto B e deseja fazê-lo com velocidade constante. O coeficiente de atrito cinético entre as superfícies em contato é 0,10, e o módulo da aceleração gravitacional local é 10 m/s².



	30°	45°	60°
sen	0,50	0,71	0,87
cos	0,87	0,71	0,50
tg	0,58	1	1,73

Considerando que a corda e a polia são elementos ideais, o trabalho realizado pela força aplicada pelo homem no deslocamento da caixa de P até Q será:

a) $8{,}70 \cdot 10^2$ J
b) $1{,}74 \cdot 10^3$ J
c) $2{,}935 \cdot 10^3$ J
d) $4{,}13 \cdot 10^3$ J
X e) $5{,}87 \cdot 10^3$ J

4 (UFSC) Em uma indústria, deseja-se transportar 64 caixas de mesmo peso e tamanho do piso térreo até um nível superior. Este trabalho pode ser realizado por três métodos diferentes:

I. As caixas serão carregadas, uma a uma, por operários subindo a escada.

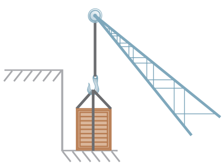
II. As caixas serão colocadas sobre uma esteira rolante com movimento uniforme.

III. Em uma única operação, as caixas serão elevadas por um guindaste.

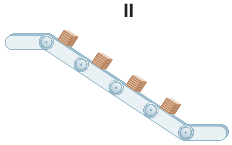
O método III para elevar as caixas é o mais rápido e o método I, o mais lento.

I

III



II



Em relação às situações apresentadas, assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

(01) No método I, o trabalho realizado é 64 vezes maior que no método III.

(02) O trabalho realizado contra a força gravitacional é o mesmo em todos os três métodos.

(04) O maior trabalho é realizado pelo guindaste (método III), pois as caixas estão empilhadas.

(08) A potência utilizada é quatro vezes maior no método I em relação ao método III.

(16) A potência utilizada no método II é maior que no método I.

(32) O trabalho realizado no método I depende do número de operários que carregam as caixas.

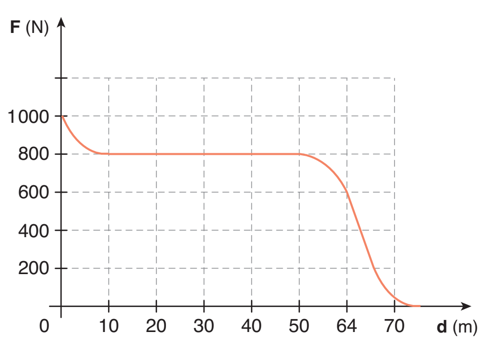
Dê a soma dos números dos itens corretos.

4.
(01) Errada. $\tau_1 = \tau_2 = \tau_3$
(02) Correta.
(04) Errada.
(08) Errada. $\mathcal{P}_I < \mathcal{P}_{III}$, pois o método III é o mais rápido.
(16) Correta. O método I é o mais lento.
(32) Errada.
Soma = 18 (02 + 16)

Exercícios complementares

1 (Unicamp-SP) A tração animal pode ter sido a primeira fonte externa de energia usada pelo homem e representa um aspecto marcante da sua relação com os animais.

a) O gráfico a seguir mostra a força de tração exercida por um cavalo como função do deslocamento de uma carroça. O trabalho realizado pela força é dado pela área sob a curva F × d. Calcule o trabalho realizado pela força de tração do cavalo na região em que ela é constante.



1. a) A força é constante entre 10 m e 50 m. Assim:
$\tau \overset{N}{=} \text{Área} = b \cdot h \Rightarrow \tau = (50 - 10) \cdot 800 = 32000\ J = 3{,}2 \cdot 10^4\ J$

1. b) $\mathcal{P} = \dfrac{\mathcal{T}}{\Delta t} = \dfrac{444000}{40}$

$\therefore \mathcal{P} = 1{,}11 \cdot 10^4$ W

1 CV ——— 740 W

x ——— $1{,}11 \cdot 10^4$ W

$\therefore$ x = 15 CV

2. Como a densidade da água é 10^3 kg/m³, para um volume de 500 L, temos: 500 kg/m³

Como $\mathcal{P} = \dfrac{\mathcal{T}}{\Delta t} \Rightarrow \mathcal{P} = \dfrac{m \cdot g \cdot h}{\Delta t} \Rightarrow$

$\mathcal{P} = \dfrac{\cancel{500} \cdot 10 \cdot 20}{\cancel{100}} \Rightarrow$

$\mathcal{P} = 1\,000$ J/s $= 1\,000$ W

Como 1 HP ——— 750 W

x ——— 1 000 W

x = 1,33 HP

Como o rendimento do motor é 50%, temos: $\mathcal{P}_{mín} = 2{,}66$ HP.

3. De acordo com o gráfico:

$E_{cin.} = \dfrac{m \cdot v^2}{2} \Rightarrow 2\,250 = \dfrac{m \cdot 30}{2}$

$\therefore$ m = 150 kg

$m = m_{moto} + m_{motociclista} \Rightarrow$

$150 = 83 + m_{motociclista}$

$\therefore m_{motociclista} = 67$ kg

4. $\mathcal{T} = F \cdot d \cdot \cos\theta \Rightarrow$

$\mathcal{T} = 21 \cdot 4 \cdot \dfrac{1}{2} \Rightarrow \mathcal{T} = 42$ J

Como: $\mathcal{T} = \Delta E_c \Rightarrow 42 = E_c - \cancel{E_{co}}^{\,0} \Rightarrow$

$E_c = 42$ J

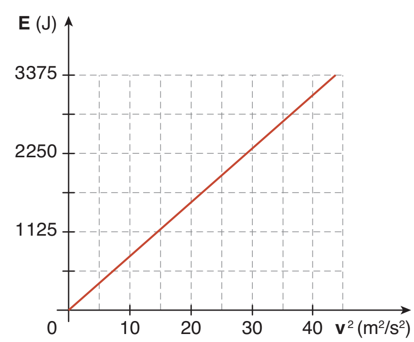
b) No sistema internacional, a unidade de potência é o watt (W = 1 J/s). O uso de tração animal era tão difundido no passado que James Watt, aprimorador da máquina a vapor, definiu uma unidade de potência tomando os cavalos como referência. O cavalo-vapor (CV), definido a partir da ideia de Watt, vale aproximadamente 740 W. Suponha que um cavalo, transportando uma pessoa ao longo do dia, realize um trabalho total de 444 000 J. Sabendo que o motor de uma moto, operando na potência máxima, executa esse mesmo trabalho em 40 s, calcule a potência máxima do motor da moto em CV.

2 (UERJ, adaptada) No edifício onde mora uma família, deseja-se instalar uma bomba hidráulica capaz de elevar 500 litros de água até uma caixa-d'água vazia, situada a 20 m de altura acima desta bomba, em 1 minuto e 40 segundos. Esta caixa-d'água tem a forma de um paralelepípedo cuja base mede 2 m². O rendimento de um sistema hidráulico é definido pela razão entre o trabalho fornecido a ele e o trabalho por ele realizado. Espera-se que o rendimento mínimo desse sistema seja de 50%.
Calcule a potência mínima, em HP, que deverá ter o motor dessa bomba.

(Dado: 1 HP = 750 W)

3 (Fatec-SP) Os modelos disponíveis da linha de motocicletas de 125 cilindradas de determinado fabricante apresentam uma das menores massas da categoria, 83 kg, e um melhor posicionamento do centro de gravidade. Resumindo, diversão garantida para pilotos de qualquer peso ou estatura.

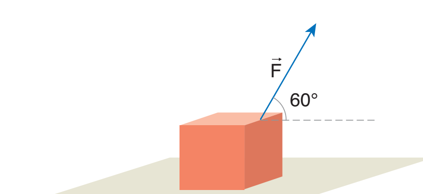
O gráfico mostra a variação da energia cinética do conjunto motociclista e uma dessas motocicletas em função do quadrado de sua velocidade, sobre uma superfície plana e horizontal.



Analisando os dados do gráfico, pode-se determinar a massa do motociclista, que, em kg, vale:

a) 45 b) 52 x c) 67 d) 78 e) 90

4 (UFPE) Uma força de módulo $F = 21$ N acelera um bloco sobre uma superfície horizontal sem atrito, conforme a figura. O ângulo entre a direção da força e o deslocamento do bloco é de 60 graus.



Ao final de um deslocamento de 4,0 m, qual a variação da energia cinética do bloco, em joules?

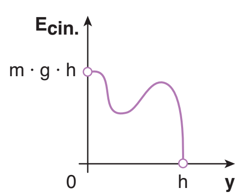
5 (U. Amazonas) Um corpo é arrastado sobre uma superfície horizontal por uma força constante de intensidade igual a 20 N, e forma com a horizontal um ângulo de 60°. Durante a ação da força, o corpo se deslocou 5,0 m e sua energia cinética sofreu uma variação de 10 J. A intensidade da força média de atrito que a superfície exerceu sobre o corpo é:

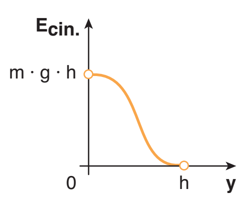
(Dado: cos 60° = 0,5)

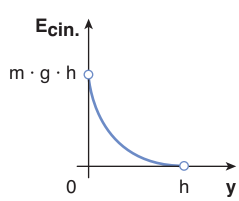
x a) 8 N
b) 10 N
c) 5 N
d) 4 N
e) 2 N

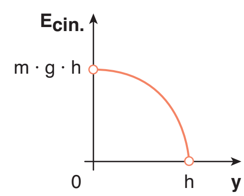
5. $\tau_R = \Delta E_{cin.} \Rightarrow \tau_F + \tau_{at.} = \Delta E_{cin.} \Rightarrow$
$F \cdot \cos 60° \cdot d + F_{at.} \cdot d = \Delta E_{cin.} \Rightarrow$
$20 \cdot 0{,}50 \cdot 5 + F_{at.} \cdot 5 = 10 \Rightarrow$
$5 \cdot F_{at.} = 10 - 50 \therefore F_{at.} = -8$ N
Em módulo: $F_{at.} = 8$ N

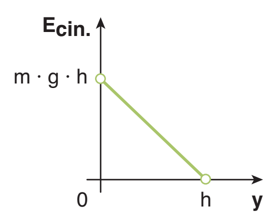
6 (UFPE) Uma partícula de massa *m* é abandonada a partir do repouso de uma altura y = h acima da superfície da Terra (y = 0). A aceleração da gravidade *g* é constante durante sua queda. Qual dos gráficos seguintes melhor representa a energia cinética $E_{cin.}$ da partícula em função de sua posição *y*?

a)


b)


c)


d)


x e)


6. $E_c = m \cdot g \cdot h - m \cdot g \cdot y$
Professor(a), observe que o nível zero de $E_{pot.}$ está no y = 0.

Sezayi Erken/AFP

Energia mecânica

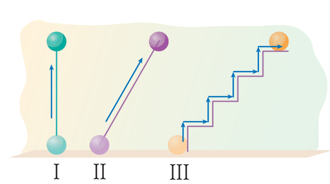
Um corpo pode apresentar, simultaneamente, em determinado instante, as energias cinética e potencial, cuja soma resulta na energia total do corpo, que é denominada **energia mecânica**. Matematicamente, podemos escrever:

$$E_{mec.} = E_{cin.} + E_{pot.}$$

Força conservativa

Algumas forças, ao atuarem num corpo, podem gerar armazenamento de energia. Isso ocorre quando se realiza trabalho contra essas forças. Toda força que pode gerar armazenamento de energia é chamada **força conservativa**. Isso se verifica com as forças peso, elástica e elétrica.

Uma característica das forças conservativas é que o trabalho realizado por elas independe da forma da trajetória seguida pelo corpo para ir de uma posição inicial até outra final. Veja, na figura, que o mesmo corpo é erguido de acordo com três trajetórias diferentes.



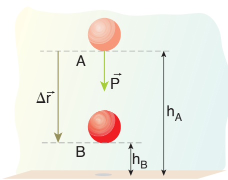
O trabalho da força peso é o mesmo nas três trajetórias (I, II e III), tendo em vista que o corpo parte do solo e atinge a mesma altura.

Força conservativa é aquela cujo trabalho não depende da trajetória seguida pelo corpo. Isso ocorre com as forças peso, elástica e elétrica.

Trabalho da força conservativa

Marquemos dois pontos, A e B, durante a queda de um corpo. Temos: $P = m \cdot g$ e $\Delta r = (h_A - h_B)$.

O trabalho realizado pela força peso, durante o trajeto do corpo de A até B, é dado por:



$$\tau_{pot.} = P \cdot \Delta r \cdot \cos 0° = m \cdot g \cdot (h_A - h_B)$$

$$\tau_{pot.} = m \cdot g \cdot h_A - m \cdot g \cdot h_B$$

Como $E_{pot.} = m \cdot g \cdot h$, temos:

$$\tau_{pot.} = E_{pot.\,A} - E_{pot.\,B} = -\Delta E_{pot.}$$

O trabalho de uma força conservativa é igual à diferença entre as energias potenciais inicial e final.

$$\tau_{F_{cons.}} = E_{pot.\,inicial} - E_{pot.\,final} = -\Delta E_{pot.}$$

Teorema da energia mecânica

Durante o movimento de um corpo, as diversas forças nele aplicadas podem ser divididas em dois grupos:

- **Forças conservativas**: peso, elástica e elétrica.
- **Forças não conservativas**: normal, atrito, resistência do ar, tração e outras.

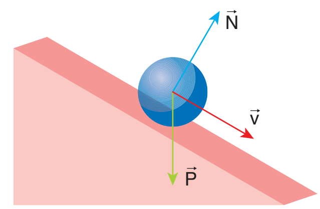
O trabalho das forças não conservativas é igual à variação da energia mecânica sofrida por um corpo.

$$\tau_{F_{não\,cons.}} = E_{mec.\,final} - E_{mec.\,inicial}$$

Um sistema é dito conservativo se houver trabalho total apenas das forças conservativas. O trabalho total das forças não conservativas deve ser nulo.

$$\tau_{F_{não\,cons.}} = 0 \Rightarrow \text{Sistema conservativo}$$

É importante ressaltar que, num sistema conservativo, podem atuar forças não conservativas, porém o trabalho total realizado por elas é igual a zero. Se a esfera da figura descer a rampa sem atrito, receberá a ação das forças **normal** e **peso**.



- **Normal** é uma força não conservativa que, geralmente, forma ângulo de 90° com o deslocamento. Nesse caso, ela não realiza trabalho.
- **Peso** é uma força conservativa e realiza trabalho durante o movimento do corpo.

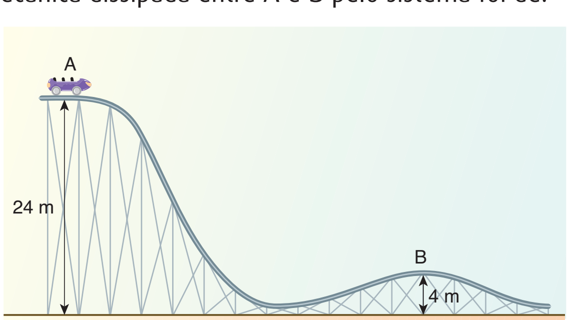
Se no sistema conservativo o trabalho das forças não conservativas for nulo, então:

$$\tau_{F_{não\,cons.}} = E_{mec.\,final} - E_{mec.\,inicial} = 0 \Rightarrow E_{mec.\,final} = E_{mec.\,inicial}$$

Num sistema conservativo, a energia mecânica final é igual à energia mecânica inicial, ou seja, a energia mecânica se conserva.

Atividades

1 (PUC-SP) A figura a seguir mostra o perfil de uma montanha-russa de um parque de diversões. O carrinho é levado até o ponto mais alto por uma esteira, atingindo o ponto A com velocidade que pode ser considerada nula. A partir desse ponto, inicia seu movimento e, ao passar pelo ponto B, sua velocidade é de 10 m/s. Considerando-se a massa do conjunto carrinho-passageiros como 400 kg, pode-se afirmar que o módulo da energia mecânica dissipada entre A e B pelo sistema foi de:



a) 96 000 J
X b) 60 000 J
c) 36 000 J
d) 9 600 J
e) 6 000 J

1. Em A, temos:

$E_{mec.\,A} = m \cdot g \cdot h_A = 400 \cdot 10 \cdot 24 = 96\,000$ J

Em B, temos:

$E_{mec.\,B} = m \cdot g \cdot h_B + \dfrac{m \cdot v_B^2}{2} =$

$400 \cdot 10 \cdot 4 + \dfrac{400 \cdot (10)^2}{2} \Rightarrow$

$E_{mec.\,B} = 36\,000$ J

Portanto, foi dissipada uma quantidade de energia mecânica equivalente a:

$96\,000 - 36\,000 = 60\,000$ J

2. Podemos determinar o trabalho da força peso que indicará a energia utilizada na subida.

1 degrau ———— 15 cm

20 degraus ———— x

x = 300 cm ou 3 m

Assim:

$\tau_P = m \cdot g \cdot h$

$\tau_P = -80 \cdot 10 \cdot 3$

$\tau_P = -2\,400$ J

3. De A para C: $\tau_P = P \cdot h_{AC} = m \cdot g \cdot R$

De C para B: $\tau_P = -P \cdot h_{CB} = -m \cdot g \cdot \frac{R}{3}$

Portanto, de A para B:

$\tau_P = m \cdot g \cdot R - m \cdot g \cdot \frac{R}{3} \Rightarrow$

$\tau_P = \frac{2}{3} \cdot m \cdot g \cdot R$

4. Energia cinética de lançamento:

$E_{cin.} = \frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{20 \cdot 10^{-3} \cdot 10^2}{2} \Rightarrow$

$E_{cin.} = 1{,}0$ J

Energia potencial no ponto de altura máxima.

$E_{pot} = m \cdot g \cdot h = 20 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 4{,}8 \Rightarrow$

$E_{pot.} = 0{,}96$ J

$E_{dis.} = E_{mec.\ inicial} - E_{mec.\ final} \Rightarrow$

$E_{dis.} = 1{,}0 - 0{,}96 \Rightarrow E_{dis.} = 0{,}04$ J

1. Para G_1, temos: $E_{mc} = m \cdot g \cdot h_1$

Para G_2, temos: $E_{mo} = m \cdot g \cdot h_2$

Sabe-se que: $h_1 = 2h_2$

Ao atingirem o solo, terão transformado as energias potenciais em cinéticas. Assim:

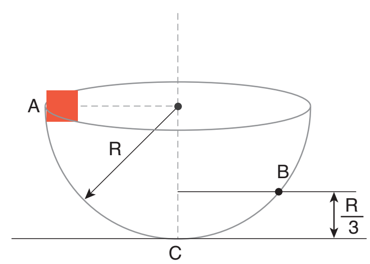
$E_{c_1} = E_{p_1} = m \cdot g \cdot 2h_2$

$E_{c_2} = E_{p_1} = m \cdot g \cdot h_2$

Portanto: $\frac{E_{c_2}}{E_{c_1}} = \frac{m \cdot g \cdot h_2}{m \cdot g \cdot 2h_2} \Rightarrow \frac{E_{c_2}}{E_{c_1}} = \frac{1}{2}$

2 (Udesc) Um homem, cuja massa é igual a 80,0 kg, sobe uma escada com velocidade escalar constante. Sabe-se que a escada possui 20 degraus e a altura de cada degrau é de 15,0 cm. Determine a energia gasta pelo homem para subir toda a escada.

3 (UFPE) Um pequeno bloco de massa m é largado, a partir do repouso, do ponto A, como mostrado na figura. O bloco desliza, com atrito, dentro de uma calota esférica de raio R até o ponto B, onde atinge o repouso. Considerando *g* a aceleração da gravidade, calcule o trabalho realizado pela força peso do bloco, ao longo do percurso AB.



a) 0

b) $m \cdot g \cdot \frac{R}{3}$

X c) $2 \cdot m \cdot g \cdot \frac{R}{3}$

d) $m \cdot g \cdot R$

e) $-m \cdot g \cdot \frac{R}{3}$

4 (Favip-PE) Uma criança atira uma pedra de massa 20 g verticalmente para cima, com uma velocidade inicial de 10 m/s. A pedra atinge a altura máxima de 4,8 m, em relação à altura do ponto de lançamento. Considere a aceleração da gravidade igual a 10 m/s². Pode-se afirmar que a quantidade de energia da pedra que foi dissipada durante a subida vale:

a) 0,01 J

b) 0,02 J

X c) 0,04 J

d) 0,06 J

e) 0,08 J

Exercícios complementares

1 (UERJ) Duas goiabas de mesma massa, G_1 e G_2, desprendem-se, num mesmo instante, de galhos diferentes.
A goiaba G_1 cai de uma altura que corresponde ao dobro daquela de que cai G_2.
Ao atingirem o solo, a razão $\frac{E_{G_2}}{E_{G_1}}$, entre as energias cinéticas de G_2 e G_1, terá o seguinte valor:

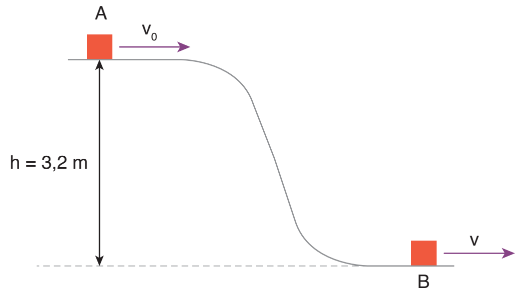
a) $\frac{1}{4}$

X b) $\frac{1}{2}$

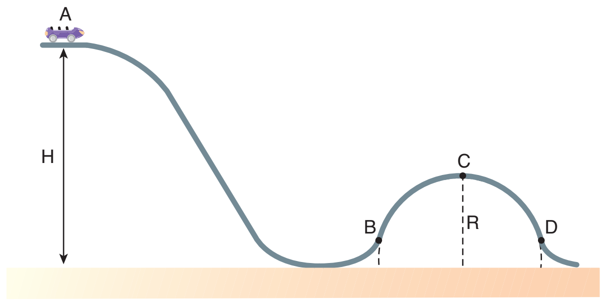
c) 2

d) 4

2 (UFPE) Um pequeno bloco, posto em movimento a partir do ponto A com velocidade $v_0 = 6$ m/s, desliza sem atrito até o ponto B, em que a sua velocidade é *v*. O intervalo de tempo de trânsito entre A e B é $\Delta t = 1{,}0$ s. Calcule a componente horizontal da aceleração média do bloco, entre os pontos A e B, em m/s^2. Despreze a resistência do ar.



3 (UEPE) Um carrinho de massa m é abandonado do repouso no ponto A de uma montanha-russa a uma altura H. Considere o trecho BCD como um arco de circunferência de raio R e desprezíveis todas as forças resistivas ao movimento. A expressão que representa a força normal (N) no ponto C é dada por:



X a) $N = \dfrac{m \cdot g}{R} \cdot (3R - 2H)$

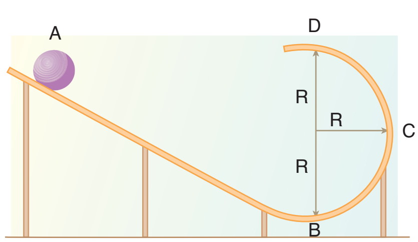
b) $N = m \cdot g \cdot (H - R)$

c) $N = \dfrac{m \cdot R}{g} \cdot (R - 2H)$

d) $N = \dfrac{H}{m \cdot g} \cdot (3R - H)$

e) $N = \dfrac{1}{m \cdot g \cdot R} \cdot (2H - 3R)$

4 (U. F. Santa Maria-RS) Uma partícula de massa *m* é abandonada do repouso em A e desliza, sem atrito, ao longo de um trilho, conforme a figura. O raio da parte circular, R, é equivalente a $\dfrac{1}{3}$ da altura do ponto A.



2. De acordo com a conservação de energia mecânica:

$E_{cin.\,A} + E_{pot.\,A} = E_{cin.\,B} + E_{pot.\,B}$

Referencial em B:

$\frac{1}{2} \cdot \cancel{m} \cdot v_0^2 + \cancel{m} \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot \cancel{m} \cdot v^2 \Rightarrow$

$\frac{1}{2} \cdot 6^2 + 10 \cdot 3{,}2 = \frac{1}{2} \cdot v^2 \therefore v = 10$ m/s

$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_m = \frac{10 - 6}{1{,}0}$

$\therefore a_m = 4{,}0$ m/s²

3. Conservação de energia entre A e C:

$m \cdot g \cdot H = m \cdot g \cdot R + \frac{m \cdot v_C^2}{2} \Rightarrow$

$v_C^2 = 2 \cdot g \cdot (H - R)$

Em C, temos:

$F_R = P - N \Rightarrow N = P - F_R \Rightarrow$

$N = m \cdot g - \frac{m \cdot v_C^2}{R}$

Substituindo v_C^2:

$N = \frac{m \cdot g \cdot R - 2 \cdot m \cdot g \cdot (H - R)}{R} \Rightarrow$

$N = \frac{3 \cdot m \cdot g - 2 \cdot m \cdot g \cdot H}{R}$

$\therefore N = \frac{m \cdot g}{R} \cdot (3R - 2H)$

4. $h_A = 3R$

$E_{m_A} = E_{m_B}$

$m \cdot g \cdot h_A = E_{c_B}$

$E_{c_B} = m \cdot g \cdot 3R$

$E_{c_B} = 3mgR$

$E_{mA} = E_{m_C}$

$3mgR = mgR + E_{c_C}$

$3mgR - mgR = E_{c_C}$

$E_{c_C} = 2mgR$

$E_{m_A} = E_{m_D}$

$mg3R = mg2R + E_{c_D}$

$mg3R - mg2R + E_{c_D}$

$E_{c_D} = mgR$

As expressões que determinam a energia cinética nos pontos B, C e D são, respectivamente:

X a) $3m \cdot g \cdot R$; $2m \cdot g \cdot R$; $m \cdot g \cdot R$

b) $2m \cdot g \cdot R$; $m \cdot g \cdot R$; 0

c) $3m \cdot g \cdot R$; $m \cdot g \cdot R$; $2m \cdot g \cdot R$

d) $m \cdot g \cdot R$; $2m \cdot g \cdot R$; $3m \cdot g \cdot R$

e) 0; $2m \cdot g \cdot R$; $3m \cdot g \cdot R$

5 (UFRR) Uma bola de futebol é largada de uma altura de 30 metros da superfície da Terra e toca o solo com uma velocidade não nula. Desprezando os efeitos de atrito, podemos afirmar sobre a energia mecânica:

a) A bola se encontra em queda livre e possui energia cinética do início ao fim do movimento.

b) A bola possui inicialmente energia cinética diferente de zero. Após a bola ser largada, a energia cinética vai se transformando em energia potencial que faz com que a bola adquira velocidade.

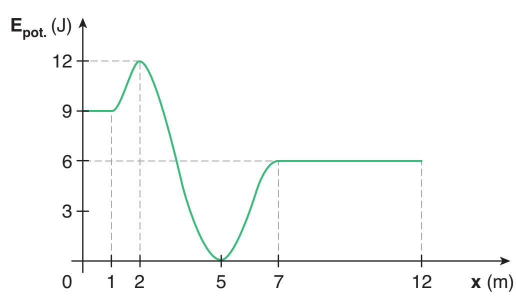
X c) A bola possui inicialmente energia potencial diferente de zero. Após a bola ser largada, a energia potencial vai se transformando em energia cinética que faz com que a bola adquira velocidade.

d) Não há transformação de energia no sistema.

e) A bola perde energia mecânica pelo fato de estar em queda livre.

5. a) Errada. A energia cinética inicial é nula.
b) Errada. $E_{cin.\ inicial} = 0$
c) Correta.
d) Errada. Veja item c.
e) Errada. Na queda livre (ausência de atrito), a energia mecânica se conserva.

6 (UFGO) A energia potencial de um carrinho em uma montanha-russa varia, como mostra a figura a seguir:



Sabe-se que, em x = 2 m, a energia cinética é igual a 2 J e que não há atrito, sobre o carrinho, entre as posições x = 0 e x = 7 m. Desprezando a resistência do ar, determine:

a) a energia mecânica total do carrinho;

b) a energia cinética e potencial do carrinho na posição x = 7 m;

c) a força de atrito que deve atuar no carrinho, a partir da posição x = 7 m, para levá-lo ao repouso em 5 m.

6. a) $E_{m_2} = E_{c_2} + E_{p_2}$ (em x = 2) $\Rightarrow$
$E_{m_2} = 2 + 12 \Rightarrow E_{m_2} = 14$ J
b) $E_{m_2} = E_{m_7} \Rightarrow 14 = 6 + E_{c_7} \Rightarrow$
$E_{c_7} = 8$ J e $E_{p_7} = 6$ J (veja gráfico)
c) $\mathcal{T} = \Delta E_{c_7} \Rightarrow f_{at.} \cdot d = E_{c_{12}} - E_{c_7} \Rightarrow$
$f_{at.} \cdot 5 = 0 - 8 \Rightarrow f_{at.} = -1,6$ N

Impulso e quantidade de movimento

Sezayi Erken/AFP

1. Impulso

Impulso de uma força constante

O impulso da força é uma grandeza vetorial obtida pelo produto da força constante aplicada no corpo pelo intervalo de tempo de atuação dessa força.

$$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

Sendo o impulso uma grandeza vetorial, será caracterizado por intensidade, direção e sentido.

Intensidade: $\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t$

Direção: $\vec{I}$ e $\vec{F}$ têm a mesma direção.

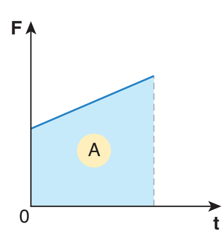
Sentido: $\vec{I}$ e $\vec{F}$ têm o mesmo sentido.

Impulso de uma força variável

A relação $\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t$ só pode ser aplicada nas situações em que a força é tangencial constante, ou seja, quando a força tiver a mesma intensidade, a mesma direção e o mesmo sentido durante todo o intervalo de tempo de ação. Para uma força de direção constante, porém de módulo variável, a intensidade do impulso pode ser calculada pelo método gráfico, ou seja, pelo cálculo da área sob o gráfico do diagrama $F \times t$.

No Sistema Internacional de Unidades (SI), as unidades adotadas são:

- **N** (newton) para F;
- **s** (segundo) para Δt;
- **N · s** para I.



$$I \overset{N}{=} \text{Área}$$

2. Quantidade de movimento

A quantidade de movimento (momento linear) de um corpo é uma grandeza vetorial definida pelo produto da massa do corpo pela sua velocidade.

A massa é uma grandeza escalar e positiva, enquanto a velocidade é uma grandeza vetorial. O produto de uma grandeza escalar por uma vetorial resulta numa grandeza vetorial. Portanto, a quantidade de movimento de um corpo é uma grandeza vetorial.

$$\vec{Q} = m \cdot \vec{v}$$

Intensidade: $Q = m \cdot v$

Direção: $\vec{Q}$ e $\vec{v}$ têm a mesma direção.

Sentido: $\vec{Q}$ e $\vec{v}$ têm o mesmo sentido.

No SI, as unidades adotadas são:

- **kg** (quilograma) para *m*;
- **m/s** (metros por segundo) para *v*;
- **kg · m/s** para Q.

3. Teorema do impulso

O vetor impulso da resultante das forças aplicadas num corpo é igual à diferença entre os vetores quantidade de movimento final e quantidade de movimento inicial desse corpo.

Na maioria das situações que vamos analisar, o movimento da partícula ocorre numa **única direção**. Então, podemos escrever:

$$I_{F_R} = Q - Q_0 = \Delta Q$$

Nesse caso, devemos escolher uma orientação para a trajetória e atribuir um sinal à velocidade da partícula.

O Teorema do impulso é válido para qualquer que seja a resultante das forças, ou seja, a resultante pode ser constante ou não.

Comparação de unidades

I é medido em $N \cdot s$.

Q é medida em $kg \cdot m/s$.

Como $I_{F_R} = \Delta Q$, temos: $N \cdot s = kg \cdot m/s$

Outra maneira de provar a igualdade acima:

$I = F \cdot \Delta t = m \cdot a \cdot \Delta t$

I é medido em $kg \cdot m/s^2 \cdot s = kg \cdot m/s$.

Portanto, a unidade do impulso é igual à unidade da quantidade de movimento.

4. Sistema mecanicamente isolado

Um sistema de corpos é considerado mecanicamente isolado quando o impulso total das forças externas for igual a zero, ou seja, quando a resultante das forças externas aplicadas no sistema for nula.

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = 0$$

Conservação da quantidade de movimento

Num sistema mecanicamente isolado:

$$\vec{I}_R = \vec{Q} - \vec{Q}_0 = 0 \text{ (no sistema)}$$

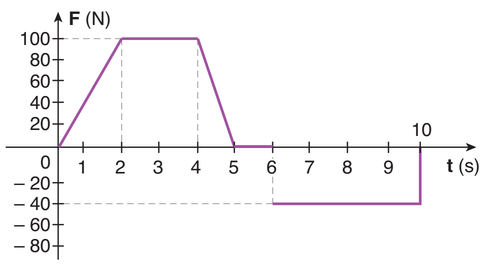
$$\vec{Q} = \vec{Q}_0$$

Num sistema mecanicamente isolado, a quantidade de movimento desse sistema se conserva (é constante).

Então, num sistema mecanicamente isolado, o que se conserva é a quantidade de movimento do sistema, e não a quantidade de movimento de cada corpo isoladamente.

Atividades

1 (Udesc) O movimento retilíneo de um móvel de massa 10 kg acontece ao longo de uma pista horizontal. O módulo de sua velocidade constante é de 5 m/s, quando uma força dependente do tempo, inicialmente na mesma direção e no mesmo sentido do movimento do móvel, passa a atuar. Essa força, indicada no gráfico a seguir, atua sobre o móvel durante o intervalo de 10 s, sempre na mesma direção do movimento.



Considerando que não há atrito entre o móvel e a pista, calcule:

a) a quantidade de movimento do móvel, 5 s após o início de atuação da força;

b) o valor da velocidade do móvel, imediatamente após cessar a atuação da força.

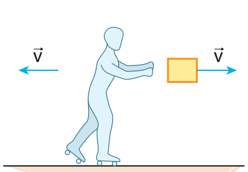
2 (Ufal) Uma bola de massa igual a 60 g cai verticalmente, atingindo o solo com velocidade de 2,0 m/s e retornando, também verticalmente, com velocidade inicial de 1,5 m/s. Durante o contato com o solo, a bola recebeu um impulso, em unidades do Sistema Internacional, igual a:

a) 0,030
b) 0,090
c) 0,12
X d) 0,21
e) 0,75

3 (Furg-RS) Considere uma bomba de massa M, inicialmente em repouso. Ao explodir, parte-se em três pedaços iguais que desenvolvem a mesma velocidade. Qual deve ser o menor ângulo, em graus, formado entre as trajetórias de dois pedaços?

a) 90
b) 60
X c) 120
d) 45
e) 135

4 (UFPE) Um patinador de 65 kg, em repouso, arremessa um peso de 5,0 kg horizontalmente para a frente.



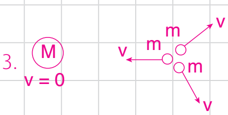
A velocidade do peso em relação ao patinador é de 3,5 m/s no instante do arremesso. Calcule o módulo da velocidade em relação à Terra, adquirida pelo patinador, em cm/s. Despreze o atrito entre os patins e o piso.

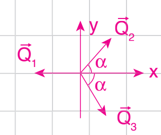
1. a) $I_R = Q - Q_0 \Rightarrow \frac{5+2}{2} \cdot 100 =$
$Q - 10 \cdot 5 \Rightarrow 350 = Q - 50 \Rightarrow$
$Q = 400$ kg · m/s

b) • De 0 a 5 s, temos: $I_1 = 350$ N · s
• De 5 a 6 s, temos: $I_2 = 0$
• De 6 a 10 s, temos: $I_3 = -40 \cdot 4 = -160$ N · s

Assim: $I_R = Q - Q_0 \Rightarrow 350 - 160 = 10 \cdot v - 50 \Rightarrow 10 \cdot v = 240 \Rightarrow$
$v = 24$ m/s

2. $I = \Delta Q$
Considerando positivo o sentido vertical para baixo, temos:
$I = |m \cdot v - m \cdot v_0| \Rightarrow I = m \cdot |v - v_0| \Rightarrow$
$I = 60 \cdot 10^{-3} \cdot |-1,5 - 2|$ (SI)
$I = 210 \cdot 10^{-3}$ N · s $\Rightarrow I = 0,21$ N · s

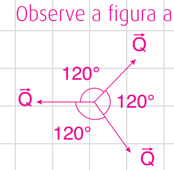
3. 



• $Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q$
• $\vec{Q}_1 + \vec{Q}_2 + \vec{Q}_3 = 0$
• Na horizontal:

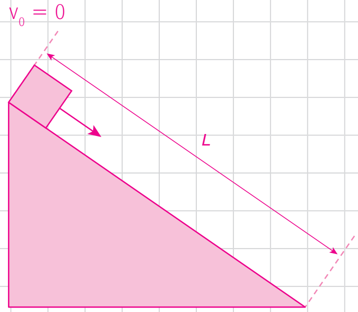
$\cancel{Q} = 2 \cdot \cancel{Q} \cdot \cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = \frac{1}{2}$

Portanto: $\alpha = 60°$
Observe a figura a seguir:



4. De acordo com a conservação da quantidade de movimento, temos:
$\vec{Q}_f = \vec{Q}_0 \Rightarrow m_{pat.} \cdot v_{pat.} + m_{peso} \cdot v_{peso} = 0$
$65 \cdot v_{pat} + 5 \cdot 3,5 = 0 \Rightarrow$
$v_{pat} = -0,27$ m/s ou $v = -27$ cm/s
Observação: O sinal indica que a velocidade do patinador tem sentido contrário ao do peso lançado por ele.

1. $v_0 = 0$



Temos:

$v^2 = v_0^2 + 2aL \Rightarrow v = \sqrt{2aL}$

$Q_0 = 0$

Considerando $Q' = \frac{Q_f}{2}$, temos:

$Q_f = m \cdot \sqrt{2aL} \Rightarrow \frac{Q_f}{2} = Q' = \frac{m}{2} \cdot \sqrt{2aL}$

ou $Q' = m\sqrt{\frac{2aL}{4}} \Rightarrow Q' = m \cdot \sqrt{\frac{aL}{2}}$

Sendo assim, o bloco deve ter: $v' = \sqrt{\frac{aL}{2}}$

$v'^2 = v_0^2 + 2a \cdot \Delta s' \Rightarrow \frac{aL}{2} = 0 + 2a \cdot \Delta s' \Rightarrow$

$\Delta s' = \frac{L}{4}$

2. $m = 10^3$ kg
$v_0 = 1$ m/s
$F = 200$ N
Considerando-se $I = F \cdot \Delta t$ e $Q = m \cdot v$, ambos em módulos:
$I = \Delta Q$
$F \cdot \Delta t = m\cancel{v}^{0} - mv_0$

$-200 \cdot \Delta t = -10^3 \cdot 1 \Rightarrow \Delta t = \frac{10^3}{200} \Rightarrow$

$\Delta t = 5$ s

3. Sistema isolado: $F_R = 0$ e $I_R = 0$
Sendo: $\vec{I}_R = \Delta\vec{Q} = \vec{0}$
Portanto, a quantidade de movimento é nula e constante.

4. $m = 0,4$ kg
$v_0 = 0$
$v = 30$ m/s
$F_m = 600$ N
Como $I = \Delta Q$ e $I = F \cdot \Delta t$, temos:
$\Delta Q = F \cdot \Delta t$
Sendo assim:
$mv - m\cancel{v_0}^{0} = F_m \cdot \Delta t \Rightarrow$
$0,4 \cdot 30 = 600 \cdot \Delta t$
$\Delta t = 0,02$ s

Exercícios complementares

1 (UFRS) Um bloco, partindo do repouso, desliza ao longo de um plano inclinado de comprimento L, livre de qualquer atrito. Que distância percorre o bloco sobre o plano inclinado até adquirir a metade da quantidade de movimento que terá no final do plano?

X a) $\frac{L}{4}$

b) $L(\sqrt{2} - 1)$

c) $\frac{L}{2}$

d) $\frac{L}{\sqrt{2}}$

e) $\frac{(3L)}{4}$

2 (Vunesp) Uma nave espacial de 10^3 kg se movimenta, livre de quaisquer forças, com velocidade constante de 1 m/s, em relação a um referencial inercial. Necessitando pará-la, o centro de controle decidiu acionar um dos motores auxiliares, que fornecerá uma força constante de 200 N, na mesma direção, mas em sentido contrário ao do movimento. Esse motor deverá ser programado para funcionar durante:

a) 1 s
b) 2 s
c) 4 s
X d) 5 s
e) 10 s

3 (FGV-SP) Em um sistema isolado de forças externas, em repouso, a resultante das forças internas e a quantidade de movimento total são, ao longo do tempo, respectivamente:

a) crescente e decrescente.
b) decrescente e crescente.
c) decrescente e nula.
X d) nula e constante.
e) nula e crescente.

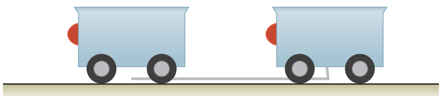
4 (U. F. Santa Maria-RS) Um jogador chuta uma bola de 0,4 kg, parada, imprimindo-lhe uma velocidade de módulo 30 m/s. Se a força sobre a bola tem uma intensidade média de 600 N, o tempo de contato do pé do jogador com a bola, em s, é de:

X a) 0,02
b) 0,06
c) 0,2
d) 0,6
e) 0,8

5 (U. F. Ouro Preto-MG) Um jovem de massa 60,0 kg está parado sobre uma pista de patinação no gelo, perfeitamente lisa, quando apanha seu cachorro de massa 20,0 kg, que se movia horizontalmente, em sua direção, com velocidade de 4,0 m/s. Sabendo que $g = 10,0$ m/s², faça o que se pede.

a) Calcule a velocidade do jovem e do cachorro depois que este foi apanhado pelo jovem.
b) Explicite qual princípio da Física é exemplificado pelo fenômeno acima.
c) O resultado do item *a* seria o mesmo se o jovem, em vez de estar sobre o gelo, estivesse sobre uma superfície bastante áspera? Justifique.

6 (Mackenzie-SP) Um pequeno carro tem massa 20,0 kg, quando vazio. Contendo inicialmente uma massa de 10,0 litros de água ($d = 1{,}00\ g/cm^3$), esse carro se desloca, nesse instante, com a velocidade escalar de 36 km/h. Durante seu movimento, retilíneo e praticamente livre de qualquer força de resistência, a água escorre por um orifício existente na base inferior, com vazão média de 0,50 litro por segundo, durante os primeiros 10,0 s. A aceleração escalar média desse carro, nesse intervalo de tempo, é de:



X a) $0{,}20\ m/s^2$

b) $0{,}40\ m/s^2$

c) $1{,}20\ m/s^2$

d) $2{,}00\ m/s^2$

e) $2{,}40\ m/s^2$

5. a) Sistema isolado de forças externas:
$Q = Q_0 \Rightarrow (60 + 20) \cdot v = 20 \cdot 4 \Rightarrow$
$80 \cdot v = 80 \Rightarrow v = 1{,}0\ m/s$
b) Conservação da quantidade de movimento do sistema.
c) Sim. Após a interação, a velocidade do conjunto diminuiria até zero por causa do atrito.

6. • Massa de água escoada:
$m = 0{,}5\ L/s \cdot 10\ s \cdot 1\ kg/L \Rightarrow m = 5\ kg$

• Na horizontal: $Q_{inic.} = Q_{final} \Rightarrow$
$M \cdot v = (M - m) \cdot v' + m \cdot v_e \Rightarrow$
$30 \cdot \frac{36}{3{,}6} = (30 - 5) \cdot v' + 0 \Rightarrow$
$300 = 25 \cdot v' \Rightarrow v' = 12\ m/s$
Portanto, a aceleração escalar média vale:
$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{12 - 10}{10} \Rightarrow a = 0{,}20\ m/s^2$